NÚMEROS REALES

SISTEMA DE LOS NÚMEROS REALES

El sistema de los números reales es un conjunto con dos operaciones: suma (+) y multiplicación (.), y una relación de orden que se lee “menor que” y que se satisface el siguiennte conjunto de axiomas de los números reales:

1.- (Ley de clausura)

2.- (Ley conmutativa)

3.- (Ley asociativa)

4.- (0 neutroaditivo)

5.-(-a inverso aditivo)

6.- (Ley de clausura)

7.- (Ley conmutativa)

8.- (Ley asociativa)

9.- (1 neutro multiplicativo)

10.- ()

11.- , (Ley distributiva)

12.- (Ley distributiva)

13.- Dados , entonces una y solamente una de las siguientesrelaciones se cumplen:

14.- Si (Ley transitiva)

15.- Si entonces

16.- Si entonces

17.- Axioma del supremo (Axioma de la menor cota superior)

Todo conjunto de números reales A (no vacio), acotado superiormente, tiene una menor cota superior, llamada también supremo de A.

Axiomas de la relación de igualdad de los números reales

1.- Propiedad reflexiva

2.- Si entonces Propiedad simétrica

3.- Si entonces Propiedad transitiva

4.- En cualquier proposición concerniente (Principio de sustitución)

a los números reales, todo número real puede ser reemplazado por su igual sin alterar el valor veritativo de tal proposición.

Propiedades de los números reales

1.- Principio de sustitución de la adición de los números reales

Si entonces

2.- Principio de sustitución de la multiplicación en

Si entonces

3.- Corolario.-

a) Si entonces

b) Si entonces

Teorema.- Sean , entonces

Definición.- (Sustracción) se define

Definición.- (División) con

Valor absoluto

Definición.- Se llama valor absoluto de un número real x al número no negativo denotado por y definido por:

Teorema.- 1)

2)

Definición.- Si , entonces es el número real no negativo definido por:

Teorema.-

Teorema.-

a)

b)

Teorema.-

Teorema de la desigualdad triangular.-

Corolario.-

Ecuaciones con valor absoluto.-

Teorema.-

Teorema.- Dados

Inecuaciones con valor absoluto

Teorema.- Sean entonces

Máximo entero

Definición.- Dado un número real x, se llama el máximo entero de x al número entero denotado por y que es el mayor de todos los enteros que son menores o iguales al número real x.

max{entero tal que }

Propiedad fundamental del máximo entero

Sea arbitrario, y sea entonces

Propiedades del máximo entero:

1. El máximo entero siempre es un número entero tal que:
2. 0

Teorema.- Sea ,

Cota superior e inferior de un conjunto

Definición.- Sea un subconjunto no vacío de

1)Se dice que es acotado superiormente si /

es llamado cota superior de A.

2)Se dice que es acotado inferiormente si /

es llamado cota inferior de A.

3) Se dice que A es acotado si es acotado superiormente e inferiormente.

Definición.- Sea y .

1) se llama supremo de y se denota si:

a) es cota superior de , es decir

b)si

2) se llama ínfimo de y se denota si:

a) es cota inferior de , es decir

b)siy

Sí el supremo o el ínfimo de un conjunto pertenecen al conjunto

Son llamados el máximo o el mínimo de , respectivamente y se

Denotan como máx() o mín( ) respectivamente.

Axioma del supremo.

Todo conjunto no vacio acotado superiormente, posee supremo.

Proposición.- Sí y si es acotado inferiormente, entonces posee ínfimo.

Proposición.- Principio de buen orden.

Todo conjunto no vacío de , acotado inferiormente posee ínfimo.

Resolver las siguientes ecuaciones

1)

2)

3)

4)

5)

6)

7)

8)

9)

10)

Hallar el cociente y el residuo de las siguientes divisiones

1) entre

2) entre

3) entre

4) entre p

5) entre

6) entre

7) entre

8) entre

Simplificar los siguientes conjuntos.

1)

2)

3)

4)

Resolver las siguientes inecuaciones

1) 2) 3)

4) 5) 6)

7) 8) 9)

10) 11) 12)

13) 14) 

Resolver las siguientes ecuaciones:

1)

2)

3)

4)

5)

6)

7)

8)

9)

10)

11)

12)

13)

14)

Resolver las siguientes inecuaciones.

1)

2)

3)

4)

5)

6)

7)

8)

Demostrar que:

1.- 

2.- 

3.- 

4.- 

5.- 

6.- 

7.- 

8.-  pero no la recíproca.

9.- 

10.- 

11.- 

12.- 

Si  hallar 

Si . Hallar .

Si  hallar .

Sea  e  . Si  , demostrar que: 

Hallar los conjuntos solución de (resolver) las inecuaciones siguientes:

1.-  2.- 

3.-  4.- 

5.-  6.- 

7.-  8.- 

9.-  10.- 

11.-  12.- 

13.- 

Hallar el menor de los números  tales que:  , si  .

Resolver las siguientes inecuaciones (hallando sus conjuntos solución):

1.-  2.- 

3.-  4.- 

5.- 

Resolver las siguientes inecuaciones:

1.-  2.- 

3.-  4.- 

5.-  6.- 

7.-  8.- 

9.-  10.- 



Resolver las siguientes ecuaciones.

1)

2)

3)

4)

5)

6)

7)

8)

9)

10)

11)

12)

13)

14)

Resolver las siguientes inecuaciones.

1)

2)

3)

4)

5)

6)

7)

8)

9)

10)

11)

12)

13)

14)

15)

Sin resolver las ecuaciones explicar porqué no tienen raíces

1.-  2.-  3.- 

4.-  5.- 

Determinar el dominio o universo para las incógnitas de las ecuaciones.

1.-  2.- 

3.-  4.- 

Resolver:

1.-  2.-  3.- 

4.-   5.- 

En el caso que existan, determinar el supremo, el ínfimo, el máximo y el mínimo de los siguientes conjuntos.

1.-

2.-

3.-

4.-

5.-

6.-

7.-

8.-

9.-

10.-