RELACIONES

Definición.- es una relación de en , si es un subconjunto de , es decir si .

Si es una relación de en se denota con y se dice que es una correspondencia entre los elementos del conjunto y los elementos del conjunto .

Observaciones:

1.- Si y se cumple que se dice que esta en relación con mediante y se denimina con .

2.- Si es una relación de en , al conjunto se le llama conjunto de partida y al conjunto se le llama conjunto de llegada.

3.- Como , es una relación de en y es llamada relación nula o vacia.

4.- es una relación en , sí y solo sí, .

5.- Si es una relación en en y a se le representa con el siguiente gráfico.

Dominio y rango de una relación

Sea una relación no vacía de en , es decir

Definición.- El dominio de es el conjunto de los elementos para los cuales existe un tal que ; es decir el dominio de es el subconjunto de formado por todas las primeras componentes de los pares ordenados que pertenecen a la relación. Al dominio lo simbolizamos como el siguiente conjunto .

Relaciones de en .

Generalmente en este texto, utilizaremos relaciones de en , donde y son subconjuntos de .

Relación inversa.

Definición.- Sea la relación de en : la relación inversa de denotado por se define del modo siguiente.

es decir, es la relación de en que se obtiene a partir de la relación intercambiando las componentes de los elementos de .

Observaciones:

1.- De la definición de ,

2.- y

3.- .

Gráficos de una relación de en .

Definición.- Llamaremos gráfica de una relación de en al conjunto de puntos cuyas coordenadas satisfagan a dicha relación:

Discusión de la gráfica de una relación.- Para trazar la gráfica de una relación dada por la ecuación , especificamos los siguientes criterios.

Intersecciones con los ejes coordenados:

Intersección con el eje :

Para hallar el punto de intersección con el eje se hace en la ecuación y se resuelve.

Intersección con el eje :

Para hallar el punto de intersección con el eje se hace x en la ecuación y se resuelve.

Simetría con respecto a los ejes coordenados:

Simetría con respecto al eje

Existe simetría con respecto al eje si se cumple

Simetría con respecto al eje

Existe simetría con respecto al eje si se cumple

Simetría con respecto al origen.

Existe simetría con respecto al origen si se cumple

Extensión de la curva.

Consiste en determinar el dominio y rango de la relación.

Ecuaciones de las asíntotas:

Asíntotas Verticales.- La recta , es una asíntota vertical de la relación , si para cada , se tiene que para bastante grande la distancia de a es decir es muy pequeño.

Se despeja , en . Las A.V. se obtienen de .

Asíntotas Horizontales.- La recta y, es una asíntota horizontal de la relación , si para cada , se tiene que para bastante grande la distancia de a es decir es muy pequeño.

Se despeja , en . Las A.V. se obtienen de .

Tabulación.- Consiste en calcular un número determinado de pares ordenados a partir de la ecuación .

Trazado de la curva.- Mapeo de los pares ordenados.

Algunos gráficos de relaciones, basados en las cónicas.

























FUNCIONES

Definición.- Consideremos dos conjuntos cualquiera y  , a la relación binaria  de  en  le llamaremos función de  en  , sí y sólo sí, verifica:

i) 

ii) 

Definición.- Una relación de en , , es una función sí y solo sí, a un elemento le corresponde un único a través de . Esta definición se le conoce como “concepto intuitivo de función”

Función real de una variable real.

Definición.- Una función , donde y son subconjuntos no vacíos de , se denomina función real de variable real o función de una variable real a valores reales.

Funciones Inyectiva, Suryectiva y Biyectiva.

Definición.- (Función inyectiva o uno a uno). Se dice que una función cuyo dominio es , es inyectiva, sí para cualquier con se tiene que . Esta definición es equivalente a la siguiente. es inyectiva si , con implica que .

Definición.- (Función suryectiva o sobreyectiva) Se dice que una función es suryectiva, sí para todo , existe , tal que . En otras palabras es suryectiva sí .

Definición.- (Función biyectiva) se dice que una función es biyectiva cuando es inyectiva y suryectiva.

Funciones Especiales.

Función constante.- Es la función , definida por , donde es una constante real.

; ; La gráfica es una recta horizontal.

Función Identidad de .- Es la función , definida por

; ; La gráfica es:



Función Lineal .- Es la función , definida por donde es una constante diferente de cero.

; ; La gráfica es una recta oblícua que pasa por el origen, la pendiente de la recta es .



Función Afin .- Es la función , definida por con .

; ; La gráfica es una recta oblícua que no pasa por el origen cuya ordenada en el origen es . La pendiente de la recta es .



 

Función Valor Absoluto .- Es la función , definida por .

;

Y su gráfico está dado por:

 

Función Raíz Cuadrada .- Es la función , definida por .

;

Y su gráfico está dado por:



Composición de funciones

Definición.- Dadas dos funciones  y  tales que:  y que  entonces la función compuesta  es aquella función definida por:

i) 

ii)  regla de correspondencia.

Ejercicios:

Hallar el dominio de cada una de las funciones:

1.- 2.- 3.-

3.- 4.- 4.-

Determinar el dominio, rango y gráfico de las siguientes funciones.

1.- 2.-

3.- 4.-

5.- 5.-